|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Zentralabitur 2024** | **Mathematik** | **Material für Prüflinge** |
| **Prüfungsteil A** | **eA** | **Gymnasium Gesamtschule** |

**Name:** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Klasse:** \_\_\_\_\_\_\_\_

Inhaltsverzeichnis

[Aufgabe P1 (5 BE) 3](#_Toc162342447)

[Aufgabe P2 (5 BE) 4](#_Toc162342448)

[Aufgabe P3 (5 BE) 5](#_Toc162342449)

[Aufgabe P4 (5 BE) 7](#_Toc162342450)

[Wählen Sie von den Aufgaben Q1 bis Q6 genau zwei zur Bearbeitung aus. 9](#_Toc162342451)

[Aufgabe Q1 (5 BE) 9](#_Toc162342452)

[Aufgabe Q2 (5 BE) 11](#_Toc162342453)

[Aufgabe Q3 (5 BE) 13](#_Toc162342454)

[Aufgabe Q4 (5 BE) 15](#_Toc162342455)

[Aufgabe Q5 (5 BE) 18](#_Toc162342456)

[Aufgabe Q6 (5 BE) 20](#_Toc162342457)

# Aufgabe P1 (5 BE)

Gegeben ist die in \mathds{R} definierte Funktion f mit   
f(x) =1 -x^2) \*e^{-x}.

Eine Stammfunktion zu f wird mit F bezeichnet.

a) Zeigen Sie rechnerisch, dass f genau zwei Nullstellen besitzt. **[2 BE]**

b) Deuten Sie die Aussage F(2,5) -F(0) \apx 0 in Bezug auf den Graphen von f geometrisch. **[3 BE]**

**y**

**f**

**x**

**1**

**1**

# Aufgabe P2 (5 BE)

Gegeben ist die Schar der in \mathds{R} definierten Funktionen  
f\_a mit f\_a(x) =ax^3 +ax^2 und a \in \mathds{R^+}.

a) Geben Sie den Wert von a an, sodass der Punkt (1|6) auf dem Graphen von f\_a liegt. **[1 BE]**

b) Berechnen Sie in Abhängigkeit von a den Inhalt  
der Fläche, die der Graph von f\_a mit der x-Achse einschließt. **[4 BE]**

# Aufgabe P3 (5 BE)

Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht.

Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt, wie oft dabei die Farbe „Blau“, die binomialverteilte Zufallsgröße Y, wie oft dabei die Farbe „Gelb“ erzielt wird.

a) Begründen Sie, dass X und Y die gleiche Standardabweichung haben. **[2 BE]**

b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig.  
Die Abbildung zeigt Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Sektoren des Glücksrads. **[3 BE]**

k

P(X =k)

50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100

# Aufgabe P4 (5 BE)

Die Punkte B(4|3|12) und C(2|4|10) sind Eckpunkte eines Parallelogramms ABCD, dessen Diagonalen sich im Punkt M(3|2|1) schneiden.

a) Verschiebt man jeden der Punkte A, B, C, D und M parallel zur x\_3-Achse in die x\_1x\_2-Ebene, so ergeben sich die Punkte A^', B^', C^', D^' bzw. M^'. Das Viereck A^'B^'C^'D^' ist ein Parallelogramm, dessen Diagonalen sich im Punkt M^' schneiden.

Zeichnen Sie A^'B^'C^'D^' und M^' in die Abbildung ein.  
**[3 BE]**

b) Berechnen Sie den Wert des Skalarprodukts  
\overline{CM} \circ \overline{CB} ={\va 1 \\ -2 \\ -9 \ve} \circ {va 2 \\ -1 \\ 2 \ve} und beurteilen Sie, ob der Winkel zwischen den Vektoren \overline{CM} und \overline{CB} kleiner als 90° ist. **[2 BE]**

**x\_2**

**x\_1**

**-5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5**

**5**

**4**

**3**

**2**

**1**

**-1**

**-2**

**-3**

# Wählen Sie von den Aufgaben Q1 bis Q6 genau zwei zur Bearbeitung aus.

# Aufgabe Q1 (5 BE)

Gegeben ist für jede positive reelle Zahl a die in \mathds{R} definierte Funktion f\_a mit f\_a(x) =a \*x^2.

Die Abbildung zeigt den Graphen von f \_{1/2} sowie die Tangente tan den Graphen von f \_{1/2}   
im Punkt (4|f \_{1/2}(4)).

a) Geben Sie anhand der Abbildung eine Gleichung der Tangente tan. **[1 BE]**

b) Weisen Sie nach, dass für jeden Wert u \in \mathds{R} die Tangente an den Graphen von f\_a im Punkt (u|f\_a(u)) die y-Achse im Punkt (0|-f\_a(u)) schneidet. **[4 BE]**

**x**

**y**

**-6 -4 -2 0 2 4 6**

**12**

**10**

**8**

**6**

**4**

**2**

**-2**

**-4**

**-6**

**-8**

# Aufgabe Q2 (5 BE)

Für eine Zahl a >0 zeigt die Abbildung den Graphen G\_fder in \mathds{R} definierten Funktion f mit f(x) =x^3 -2ax^2 +a^2x   
sowie die Gerade h. G\_f und h schneiden sich im Koordinatenursprung und h verläuft senkrecht zur Tangente an G\_f im Koordinatenursprung. Zudem berühren sich G\_f und die x-Achse im Punkt (a|0). Betrachtet wird dasjenige Rechteck,  
das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Die beiden gemeinsamen Punkte von G\_f und der   
x-Achse sind zwei benachbarte Eckpunkte des Rechtecks.

- Eine Diagonale liegt auf der Gerade h.

Skizzieren Sie das Rechteck in der Abbildung und zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des Rechtecks unabhängig von a ist.  
**[5 BE]**

**x**

**y**

**h**

**G\_f**

# Aufgabe Q3 (5 BE)

Gegeben ist der Graph, der die kumulierten Wahrscheinlichkeiten P(X ≤ k) für eine normalverteilte Zufallsgröße X darstellt.

a) Begründen Sie, dass gilt: \mu =20. **[1 BE]**

b) Der Punkt S liegt auf dem Graphen und  
hat die Koordinaten S(16|0,16).

Bestimmen Sie einen Näherungswert für  
P(\mu -1,5 \sigma \le X \le \mu +1,5 \sigma). **[4 BE]**

**P(X k)**

**k**

**S**

**0 10 20 30**

**1**

**0,5**

# Aufgabe Q4 (5 BE)

Betrachtet wird ein Tetraeder, bei dem die Seiten mit den Zahlen 1 bis 4 durchnummeriert sind. Beim Werfen des Tetraeders werden alle Zahlen mit gleicher Wahrscheinlichkeit erzielt. Das Tetraeder wird viermal geworfen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Würfe, bei denen die Zahl 1 erzielt wird. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in Abbildung 1 dargestellt.

#### Hinweis:

die Abbildungen 1 und 2 befinden sich auf der nächsten Seite und die Aufgaben a) und b) befinden sich auf der übernächsten Seite.

#### Abbildung 1 Abbildung 2

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

P(X =k)

k

0 1 2 3 4

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

P(Y =k)

k

0 1 2 3 4

a) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der Würfe an, bei denen die Zahl 1 nicht erzielt wird.

Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y in Abbildung 2 dar. **[2 BE]**

b) Bei einem anderen Zufallsexperiment werden ein roter und ein grüner Würfel, bei denen die Seiten jeweils mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind, viermal gleichzeitig geworfen.

Geben Sie zu diesem Zufallsexperiment eine Zufallsgröße Z an, die die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung hat wie X, und begründen Sie Ihre Angabe. **[3 BE]**

# Aufgabe Q5 (5 BE)

Die Mittelpunkte der Seitenflächen eines Würfels sind die Eckpunkte eines Oktaeders (vgl. Abbildung). Die Eckpunkte A, B, C und D des Oktaeders liegen in der Ebene H mit der Gleichung 2x\_1 +x\_2 +2x\_3 =6

Es gilt: A(1|2|1) und C(-3|-6|9)

a) Weisen Sie nach, dass die Kantenlänge   
des Würfels 12 beträgt. **[2 BE]**

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines der beiden Eckpunkte des Oktaeders, die nicht in H liegen. **[3 BE]**

**D**

**A**

**B**

**C**

# Aufgabe Q6 (5 BE)

Die Abbildung zeigt die Punkte A, B und P.  
Die Ebene, in der die drei Punkte liegen, wird  
durch die Zeichenebene dargestellt.

Betrachtet werden Geraden g, g^\* und h, für die gilt:

- g verläuft durch A, g^\* durch B und h durch P.

- g und g^\* schneiden sich in P.

- Wird g an h gespiegelt, so entsteht g^\*.

Zeichnen Sie die Gerade g, die Gerade g^\* und eine Gerade h in die Abbildung ein.

Geben Sie einen Term an, mit dem aus den gegebenen Punkten A, B und P der Ortsvektor eines weiteren Punktes von h bestimmt werden kann. **[5 BE]**



#### Gesamtergebnis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aufgabe** | **Mögliche Punkte** | **Erreichte Punkte** |
| **P1** | **5 BE** |  |
| **P2** | **5 BE** |  |
| **P3** | **5 BE** |  |
| **P4** | **5 BE** |  |
| **Q1** | **5 BE** |  |
| **Q2** | **5 BE** |  |
| **Q3** | **5 BE** |  |
| **Q4** | **5 BE** |  |
| **Q5** | **5 BE** |  |
| **Q6** | **5 BE** |  |