|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Zentralabitur 2024** | **Mathematik** | **Material für Prüflinge** |
| **Prüfungsteil A** | **eA** | **Gymnasium Gesamtschule** |

**Name:** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Klasse:** \_\_\_\_\_\_\_\_

# Aufgabe P1 (5 BE)

Gegeben ist die in definierte Funktion mit  
.

Eine Stammfunktion zu *f* wird mit *F* bezeichnet.

a) Zeigen Sie rechnerisch, dass *f* genau zwei Nullstellen besitzt. **[2 BE]**

b) Deuten Sie die Aussage *F*(2,5) - *F*(0) ≈ 0 in Bezug auf den Graphen von *f* geometrisch. **[3 BE]**

**y**

**f**

**x**

**1**

**1**

# Aufgabe P2 (5 BE)

Gegeben ist die Schar der in definierten Funktionen  
 mit und .

a) Geben Sie den Wert von an, sodass  
der Punkt (1|6) auf dem Graphen von liegt. **[1 BE]**

b) Berechnen Sie in Abhängigkeit von den Inhalt  
der Fläche, die der Graph von mit der x-Achse einschließt. **[4 BE]**

# Aufgabe P3 (5 BE)

Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht.

Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt, wie oft dabei die Farbe „Blau“, die binomialverteilte Zufallsgröße Y, wie oft dabei die Farbe „Gelb“ erzielt wird.

a) Begründen Sie, dass X und Y die gleiche Standardabweichung haben. **[2 BE]**

b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig.  
Die Abbildung zeigt Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Sektoren des Glücksrads. **[3 BE]**

#### Hinweis:

die Abbildung befindet sich auf der nächsten Seite.

k

P(X = k)

50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100

# Aufgabe P4 (5 BE)

Die Punkte B(4|3|12) und C(2|4|10) sind Eckpunkte eines Parallelogramms ABCD, dessen Diagonalen sich im Punkt M(3|2|1) schneiden.

a) Verschiebt man jeden der Punkte A, B, C, D und M parallel zur x3-Achse in die x1x2-Ebene, so ergeben sich die Punkte A', B', C', D' bzw. M'. Das Viereck A'B'C'D' ist ein Parallelogramm, dessen Diagonalen sich im Punkt M' schneiden.

Zeichnen Sie A'B'C'D' und M' in die Abbildung ein.   
**[3 BE]**

b) Berechnen Sie den Wert des Skalarprodukts  
 und beurteilen Sie, ob  
der Winkel zwischen den Vektoren und kleiner als 90° ist. **[2 BE]**

**Hinweis:** die Abbildung folgt auf der nächsten Seite.

**x2**

**x1**

**-5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5**

**5**

**4**

**3**

**2**

**1**

**-1**

**-2**

**-3**

# Wählen Sie von den Aufgaben Q1 bis Q6 genau zwei zur Bearbeitung aus.

# Aufgabe Q1 (5 BE)

Gegeben ist für jede positive reelle Zahl *a* die in definierte Funktion mit .

Die Abbildung zeigt den Graphen von sowie die Tangente *t* an den Graphen von im Punkt .

a) Geben Sie anhand der Abbildung eine Gleichung der Tangente *t* an. **[1 BE]**

b) Weisen Sie nach, dass für jeden Wert die Tangente an den Graphen von im Punkt die y-Achse im Punkt schneidet. **[4 BE]**

**x**

**y**

**-6 -4 -2 0 2 4 6**

**12**

**10**

**8**

**6**

**4**

**2**

**-2**

**-4**

**-6**

**-8**

# Aufgabe Q2 (5 BE)

Für eine Zahl zeigt die Abbildung den  
Graphen der in definierten Funktion mit  
 sowie die Gerade . und schneiden sich im Koordinatenursprung und verläuft senkrecht zur Tangente an im Koordinatenursprung. Zudem berühren sich und die x-Achse im  
Punkt . Betrachtet wird dasjenige Rechteck,  
das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Die beiden gemeinsamen Punkte von   
und der x-Achse sind zwei benachbarte  
Eckpunkte des Rechtecks.

- Eine Diagonale liegt auf der Gerade .

Skizzieren Sie das Rechteck in der Abbildung und zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des Rechtecks unabhängig von ist. **[5 BE]**

**Hinweis:** die Abbildung folgt auf der nächsten Seite.

**x**

**y**

**h**

**Gf**

# Aufgabe Q3 (5 BE)

Gegeben ist der Graph, der die kumulierten Wahrscheinlichkeiten P(X ≤ k) für eine normalverteilte Zufallsgröße X darstellt.

a) Begründen Sie, dass gilt: *μ* = 20 **[1 BE]**

b) Der Punkt S liegt auf dem Graphen und  
hat die Koordinaten S(16|0,16).

Bestimmen Sie einen Näherungswert für  
.  
**[4 BE]**

**Hinweis:** die Abbildung folgt auf der nächsten Seite.

**P(X k)**

**k**

**S**

**0 10 20 30**

**1**

**0,5**

# Aufgabe Q4 (5 BE)

Betrachtet wird ein Tetraeder, bei dem die Seiten mit den Zahlen 1 bis 4 durchnummeriert sind. Beim Werfen des Tetraeders werden alle Zahlen mit gleicher Wahrscheinlichkeit erzielt. Das Tetraeder wird viermal geworfen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Würfe, bei denen die Zahl 1 erzielt wird. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in Abbildung 1 dargestellt.

#### Hinweis:

die Abbildungen 1 und 2 befinden sich auf der nächsten Seite und die Aufgaben a) und b) befinden sich auf der übernächsten Seite.

#### Abbildung 1 Abbildung 2

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

P(X = k)

k

0 1 2 3 4

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

P(Y = k)

k

0 1 2 3 4

a) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der Würfe an, bei denen die Zahl 1 nicht erzielt wird.

Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y in Abbildung 2 dar. **[2 BE]**

b) Bei einem anderen Zufallsexperiment werden ein roter und ein grüner Würfel, bei denen die Seiten jeweils mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind, viermal gleichzeitig geworfen.

Geben Sie zu diesem Zufallsexperiment eine Zufallsgröße Z an, die die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung hat wie X, und begründen Sie Ihre Angabe. **[3 BE]**

# Aufgabe Q5 (5 BE)

Die Mittelpunkte der Seitenflächen eines Würfels sind die Eckpunkte eines Oktaeders (vgl. Abbildung). Die Eckpunkte A, B, C und D des Oktaeders liegen in der Ebene H mit der Gleichung

.

Es gilt: A(1|2|1) und C(-3|-6|9)

a) Weisen Sie nach, dass die Kantenlänge  
des Würfels 12 beträgt. **[2 BE]**

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines der beiden Eckpunkte des Oktaeders, die nicht in H liegen.  
**[3 BE]**

**Hinweis:** die Abbildung folgt auf der nächsten Seite.

**D**

**A**

**B**

**C**

# Aufgabe Q6 (5 BE)

Die Abbildung zeigt die Punkte A, B und P.   
Die Ebene, in der die drei Punkte liegen,   
wird durch die Zeichenebene dargestellt.

Betrachtet werden Geraden g, g\* und h, für die gilt:

- g verläuft durch A, g\* durch B und h durch P.

- g und g\* schneiden sich in P.

- Wird g an h gespiegelt, so entsteht g\*.

Zeichnen Sie die Gerade g, die Gerade g\* und eine Gerade h in die Abbildung ein.

Geben Sie einen Term an, mit dem aus den gegebenen Punkten A, B und P der Ortsvektor eines weiteren Punktes von h bestimmt werden kann. **[5 BE]**

**Hinweis:** die Abbildung folgt auf der nächsten Seite.



#### Gesamtergebnis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aufgabe** | **Mögliche Punkte** | **Erreichte Punkte** |
| **P1** | **5 BE** |  |
| **P2** | **5 BE** |  |
| **P3** | **5 BE** |  |
| **P4** | **5 BE** |  |
| **Q1** | **5 BE** |  |
| **Q2** | **5 BE** |  |
| **Q3** | **5 BE** |  |
| **Q4** | **5 BE** |  |
| **Q5** | **5 BE** |  |
| **Q6** | **5 BE** |  |