|  |  |
| --- | --- |
| **Zentralabitur 2025** | **Mathematik** |
| **Prüfungsteil B Rechnertyp: CAS** | **gA**  **Analysis** |
| **Material für Prüflinge** | **Gymnasium Gesamtschule** |

Name: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

### Aufgabe 1A

Um Regenwasser zu speichern, wird es kontrolliert in ein unterirdisches Auffangbecken geleitet, das ein Fassungsvermögen von hat. Für ein bestimmtes Regenereignis wird das Volumen des Regenwassers im Auffangbecken für   
 modellhaft durch die in definierte Funktion mit   
 beschrieben.

Dabei ist die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und das Wasservolumen in Kubikmetern .

a) Begründen Sie, dass zu Beobachtungsbeginn das Wasservolumen im Auffangbecken beträgt, und berechnen Sie das Volumen des Wassers, das in den ersten 1,5 h nach Beobachtungsbeginn in das Auffangbecken fließt.   
**[3 BE]**

Betrachtet wird außerdem die in definierte Funktion mit .

b) Zeigen Sie, dass die momentane Änderungsrate des Volumens des Wassers im Auffangbecken in für den betrachteten Zeitraum durch beschrieben werden kann.   
**[3 BE]**

c) Weisen Sie anhand des gegebenen Terms von nach, dass für den durch beschriebenen Zeitraum das Volumen des Wassers im Auffangbecken zu keinem Zeitpunkt abnimmt.   
**[3 BE]**

d) Es wird geplant, zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn eine Pumpe einzuschalten, die Wasser aus dem Auffangbecken mit einer konstanten Rate von abpumpt. Die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken wird dabei weiterhin durch beschrieben.

Die folgende Gleichung hat im Sachzusammenhang eine Lösung .

Geben Sie die Bedeutung von im Sachzusammenhang an und erläutern Sie den Aufbau der Gleichung in Bezug auf diese Bedeutung.   
**[5 BE]**

Gegeben sind die in definierte Funktion mit und die Stelle

.

e) Weisen Sie rechnerisch nach, dass eine Wendestelle von ist.  
**[3 BE]**

f) Es gibt im ersten Quadranten ein Flächenstück, das von der -Achse, dem Graphen von und der Gerade parallel zur -Achse, die durch den Wendepunkt verläuft, eingeschlossen wird.

Berechnen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.   
**[3 BE]**

g) Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von . Die Punkte , , und sind für jeden Wert von mit die Eckpunkte eines symmetrischen Trapezes.  
Skizzieren Sie das symmetrische Trapez für in der Abbildung 1.

Ermitteln Sie einen Term, der den Flächeninhalt des symmetrischen Trapezes in Abhängigkeit von angibt.  
**[5 BE]**



### Aufgabe 1B

Gegeben ist die in definierte Funktion mit .

a) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von mit der -Achse sowie das Verhalten von für und an.   
**[3 BE]**

b) Im Folgenden wird die Lösung zu einer Aufgabenstellung in Bezug auf den Graphen von dargestellt:

Geben Sie die sich daraus ergebenden Eigenschaften des Graphen von im Punkt an.  
**[3 BE]**

c) Der Graph von schließt mit den beiden Koordinatenachsen eine Fläche ein. Die Fläche soll durch eine Gerade, die parallel zur -Achse verläuft, in zwei gleich große Teilflächen zerlegt werden.  
Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Gerade.   
**[4 BE]**

Ein Mobilfunkanbieter betreibt eine Hotline, die an jedem Tag 24 Stunden erreichbar ist. Die Wartezeit eines Anrufers dieser Hotline ist abhängig vom Zeitpunkt des Anrufs. Durch die in definierte Funktion mit kann die Wartezeit an einem bestimmten Tag für die Zeitpunkte von 8:00 Uhr bis einschließlich 22:00 Uhr beschrieben werden. Dabei bezeichnet den Zeitpunkt des Anrufs in Stunden nach 0:00 Uhr und die Wartezeit in Sekunden. Nimmt beispielsweise an der Stelle 10,25 den Wert von etwa 300 an, so beträgt die Wartezeit für einen Anruf um 10:15 Uhr etwa 300 Sekunden.

d) Berechnen Sie die Wartezeit für einen Anruf um 9:00 Uhr.  
Ein anderer Anruf erfolgt später als 9:00 Uhr und hat eine Wartezeit von 200 Sekunden. Bestimmen Sie rechnerisch die Uhrzeit dieses Anrufs.   
**[4 BE]**

e) Ermitteln Sie rechnerisch für den Zeitraum von 8:00 Uhr bis einschließlich 22:00 Uhr den Zeitpunkt eines Anrufs, zu dem die Wartezeit am längsten ist, und den Zeitpunkt eines Anrufs, zu dem die Wartezeit am kürzesten ist.   
**[6 BE]**

f) Die Abbildung zeigt den Graphen von   
für .

Für reelle Zahlen und mit   
 gilt:

Wenn ist,   
so beträgt die durchschnittliche Wartezeit für Anrufe zwischen   
den durch und gegebenen Zeitpunkten 250 Sekunden.

Bestimmen Sie durch geeignete Eintragungen in der Abbildung jeweils einen möglichen Wert für und , sodass zwischen den zugehörigen Zeitpunkten die durchschnittliche Wartezeit 250 Sekunden beträgt.  
Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.  
**[5 BE]**



y

x

|  |  |
| --- | --- |
| **Zentralabitur 2025** | **Mathematik** |
| **Prüfungsteil B Rechnertyp: CAS** | **gA**  **Stochastik** |
| **Material für Prüflinge** | **Gymnasium Gesamtschule** |

### Aufgabe 2A

Bei einer Naturkostkette besitzen die meisten Kundinnen und Kunden ein Konto für Online Bestellungen. Im Folgenden werden ausschließlich diese Personen betrachtet.

72 % der Personen sind jünger als 50 Jahre. 18 % der Personen sind jünger als 50 Jahre und wohnen nicht in einer Großstadt. Der Anteil der Personen, die in einer Großstadt wohnen, beträgt 75 %. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Personen die Anzahl derjenigen, die in einer Großstadt wohnen, binomialverteilt ist.

a) Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.  
**[3 BE]**

b) Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person entweder in einer Großstadt wohnt oder nicht jünger als 50 Jahre ist, ist kleiner als60 %*.***[3 BE]**

c) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wie folgt berechnet werden kann:

Geben Sie den Wert des Terms an und geben Sie die Bedeutung des Terms im Sachzusammenhang an.   
**[4 BE]**

Die Naturkostkette produziert Gläser mit veganem Brotaufstrich. Diese Gläser werden in Kisten verpackt; jede Kiste enthält 50 Gläser. Für die Naturkostkette belaufen sich die Gesamtkosten auf 2,00 € pro Glas.

Ein Glas weist mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen optischen Mangel auf. Die Naturkostkette legt daher generell für die Bezahlung einer gelieferten Kiste Folgendes fest:

* Wenn höchstens sechs Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste der vollständige Preis bezahlt werden.
* Wenn genau sieben oder genau acht Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste der halbe Preis bezahlt werden.
* Wenn mehr als acht Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste nichts bezahlt werden.

Die in den folgenden Teilaufgaben aufgeführten Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten sollen bei Verwendung in weiteren Rechnungen als exakte Werte betrachtet werden.

d) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer der Produktion entnommenen Kiste höchstens sechs Gläser den Mangel aufweisen,   
etwa 0,77 beträgt.   
**[2 BE]**

e) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer der Produktion entnommenen Kiste genau sieben oder genau acht Gläser diesen Mangel aufweisen, beträgt etwa 0,17.

Es wird davon ausgegangen, dass bei jeder Lieferung alle Gläser von der Kundin bzw. vom Kunden überprüft werden und die Anzahl der Gläser mit diesem Mangel der Naturkostkette wahrheitsgemäß rückgemeldet wird.

Ermitteln Sie den geringsten Preis pro Glas mit veganem Brotaufstrich auf Cent genau, so dass die Naturkostkette im Mittel einen Gewinn von mindestens 0,50 € pro Glas erwarten kann.   
**[3 BE]**

### Aufgabe 2B

Betrachtet wird ein Brettspiel mit zwei Würfeln, deren Seiten jeweils mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind. In jedem Spielzug werden beide Würfel geworfen. Wenn sich dabei die Augensumme 8 oder 9 ergibt, wird eine Ereigniskarte aufgedeckt, ansonsten nicht.

a) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem Spielzug eine Ereigniskarte aufgedeckt wird, beträgt.   
**[3 BE]**

b) Betrachtet werden die ersten fünf Spielzüge.

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term berechnet werden kann.   
**[2 BE]**

Die Zufallsgröße beschreibt die Anzahl der in einem Spiel mit 60 Spielzügen insgesamt aufgedeckten Ereigniskarten.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im Laufe dieses Spiels weniger als zwölf Ereigniskarten aufgedeckt werden.  
**[2 BE]**

d) Die Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von .

Skalieren Sie in der Abbildung die beiden Achsen, indem Sie jeweils einen geeigneten Wert ermitteln und diesen auf der zugehörigen Achse eintragen.  
**[4 BE]**



e) Zu dem Brettspiel gehören Plättchen, auf denen Landschaften und Tiere abgebildet sind. Es kommen genau drei verschiedene Landschaftssymbole und zwei verschiedene Tiersymbole vor. Auf jedem Plättchen sind genau zwei Landschaftssymbole und ein oder zwei Tiersymbole abgebildet, wobei kein Symbol doppelt vorkommt. Zwei Plättchen gelten als gleich, wenn auf ihnen genau die gleichen Symbole abgebildet sind.  
Ermitteln Sie die Anzahl der verschiedenen Plättchen, die es bei diesem Spiel höchstens geben kann.  
**[4 BE]**

|  |  |
| --- | --- |
| **Zentralabitur 2025** | **Mathematik** |
| **Prüfungsteil B Rechnertyp: CAS** | **gA**  **Analytische Geometrie** |
| **Material für Prüflinge** | **Gymnasium Gesamtschule** |

### Aufgabe 3A

Betrachtet wird ein gerades Prisma mit den Eckpunkten und . Seine Grundfläche ist das Dreieck .

, , , , und .



a) Abbildung 1 zeigt die Kante des Prismas.

Zeichnen Sie das Prisma in Abbildung 1 ein und berechnen Sie das Volumen des Prismas.  
**[5 BE]**

b) Die Seitenfläche liegt   
in der Ebene .

Bestimmen Sie eine Gleichung von .

Geben Sie die Koordinaten eines weiteren Punktes auf der Seitenfläche an.

**[3 BE]**

c) Die Ebene liegt parallel zu einer der drei Koordinatenachsen.  
Geben Sie diese Achse an und begründen Sie Ihre Angabe anhand der Gleichung dieser Ebene.   
**[2 BE]**

Im Folgenden wird die Gerade mit der Gleichung  
, , betrachtet.



Des Weiteren wird der Punkt durch den Punkt mit ersetzt. Für jeden Wert von liegt der Punkt auf der Gerade (vgl. Abbildung 2).

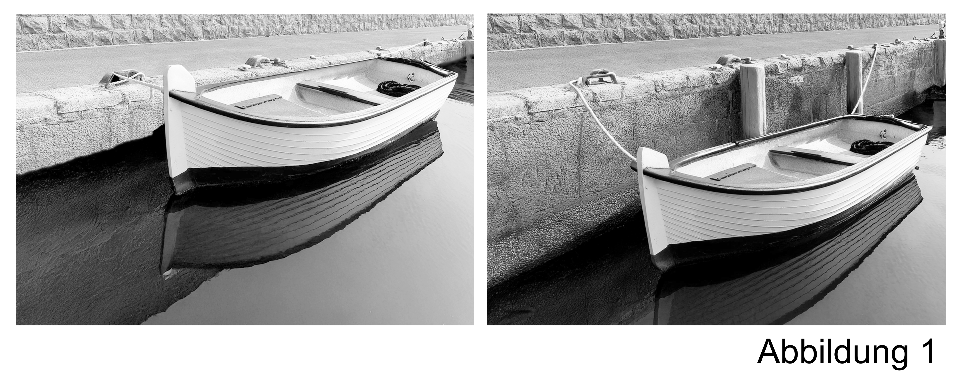
Mit wird der Mittelpunkt der Basis des gleichschenkligen Dreiecks bezeichnet.

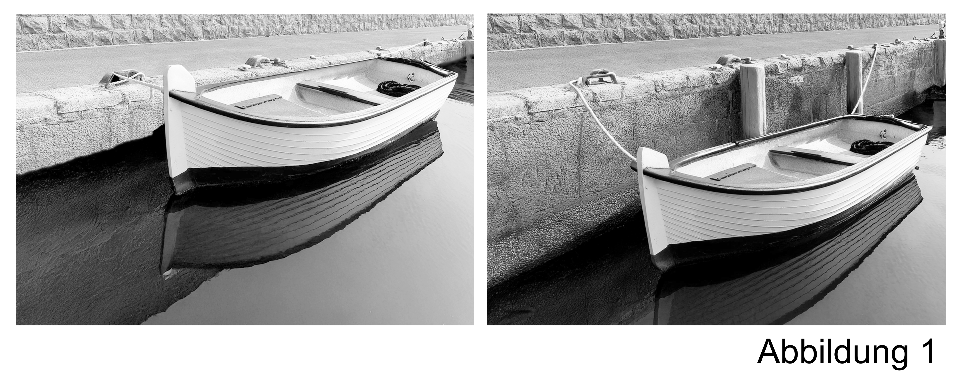
d) Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Strecke senkrecht auf der Gerade steht.   
**[2 BE]**

e) Begründen Sie ohne Rechnung, dass der Flächeninhalt des Dreiecks für  
 am kleinsten ist.   
**[3 BE]**

### Aufgabe 3B

In manchen Häfen ändert sich die Höhe des Wasserstandes z. B. aufgrund von Gezeiten sehr stark. Dies muss beim Festmachen von Booten berücksichtigt werden.







Es werden zwei von mehreren Leinen betrachtet, mit denen ein Boot festgemacht ist. Dabei wird Punkt mit Punkt und Punkt mit Punkt verbunden. Es gilt .

An einem bestimmten Tag stellt die Situation bei Niedrigwasser und bei Hochwasser dar. Abbildung 2 zeigt die Situation für . Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, dass sich das Boot bei verändertem Wasserstand nur auf und ab bewegt. Alle Angaben sind in Meter .

a) Ergänzen Sie die Skalierung des Koordinatensystems in Abbildung 2.  
**[2 BE]**

b) Zeigen Sie, dass die Figur ein symmetrisches Trapez ist.   
**[3 BE]**

Zum Festmachen muss bei jeder Leine eine zusätzliche Länge von 1,5 m berücksichtigt werden.

c) Es wird die notwendige Länge der Leinen bei Niedrigwasser betrachtet.

Bestimmen Sie, welche Länge die Leine bei Befestigung in den Punkten und mindestens haben muss.   
**[3 BE]**

d) Bestimmen Sie einen Wert von , sodass der Winkel zwischen der vorderen Leine und der Bootskante die Größe 110° hat.   
**[3 BE]**

Auf der Kaimauer befindet sich ein weiterer Befestigungspunkt . Das Boot wird zusätzlich in den Punkten und festgemacht.

e) Untersuchen Sie, ob die Leine zwischen und bei Niedrigwasser an der Kante der Kaimauer abknickt.   
**[4 BE]**